

Cálculo Diferencial e Integral: um kit de sobrevivência "SageMath"

Vitória Vendramini Gongora.
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

Polinômio de Taylor:

Uma das aplicações de derivada é o Polinômio de Taylor, que nos permite aproximar uma função por um polinômio, estimando um erro. A única condição é que a função seja derivável.

Teorema: Fórmula de Taylor com resto de Lagrange: Seja f derivável até a ordem $n + 1$ no intervalo I e sejam $x_0, x \in I$. Então, existe pelo menos um \bar{x} no intervalo aberto de extremos x_0 e x tal que:

$$f(x) = P(x) + \frac{f^{n+1}(\bar{x})}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}$$

onde: $P(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x-x_0)^2 + \dots + \frac{f^n(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$.

Polinômio de Taylor no SageMath:

Para facilitar, você pode copiar as áreas em azul, colar no SageMath e substituir as informações que você tem, como a função, o ponto, o intervalo etc.

Para calcular o Polinômio de Taylor de uma função devemos:

```
f(x)= defina f(x)
p(x)= taylor (f(x), x, ponto que desejamos calcular, grau do polinômio)
print('Polinômio')
print(show(p(x)))
```

Podemos plotar o gráfico de $f(x)$ e de $p(x)$ juntos, para isso devemos escrever:

```
plot(p(x), intervalo de visão em x) + plot(f(x), intervalo de visão em x, linestyle=':')
ou
P1 = plot(p(x), intervalo de visão em x)
P2 = plot(f(x), intervalo de visão em x, linestyle=':')
show(P1 + P2)
```

Exemplo 1

Calcule o polinômio de Taylor de 2° grau da função $f(x) = \frac{3x^4 - 3x + 8}{7x}$ no ponto $x = 0$.

```
In [1]: f(x)=(3*x^4-5*x-8)/(7*x)
p(x)=taylor(f(x),x,1,2)

print('Polinômio')
print(show(p(x)))

Polinômio

$$\frac{1}{7}(x-1)^2 + \frac{17}{7}x - \frac{27}{7}$$

```

Exemplo 2

Calcule o polinômio de Taylor de 2° grau da função $f(x) = -x^4 + 3x^3 - 2x$ no ponto $x = 3$.

```
In [4]: f(x)=-x^4+3*x^3-2*x
p(x)=taylor(f(x),x,3,2)

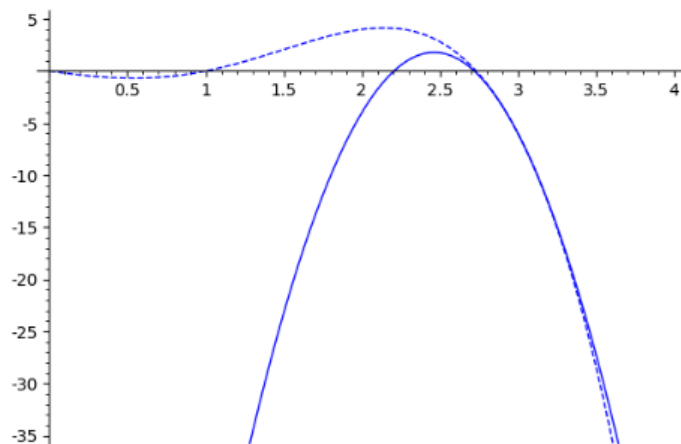
print('Polinômio')
print(show(p(x)))

P1=plot(p(x),0,4, ymax=5, ymin=-35)
P2=plot(f(x), 0,4,linestyle='--')
show(P1+P2)

Polinômio

$$-27(x-3)^2 - 29x + 81$$


None
```



Exemplo 3

Calcule o polinômio de Taylor de 6° grau da função $f(x) = \text{sen}(x)$ no ponto $x = 0$ e plote o gráfico.

```
In [2]: f(x)=sin(x)
p(x)=taylor(f(x),x,0,6)

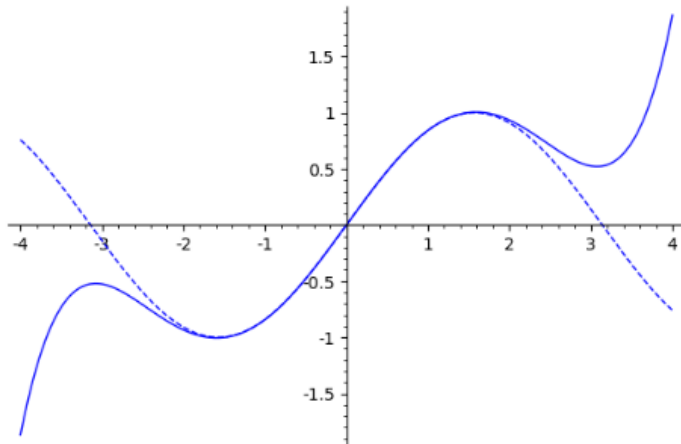
print('Polinômio')
print(show(p(x)))

P1=plot(p(x),-4,4)
P2=plot(f(x),-4,4,linestyle='--')
show(P1+P2)
```

Polinômio

$$\frac{1}{120}x^5 - \frac{1}{6}x^3 + x$$

None



Referências

- [1] GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2001. 1 v.
- [2] BARD, G. V. Sage para Estudantes de Pregrado. Cochabamba: Sagemath, 2014. Tradução de: Diego Sejas Viscarra. Disponível em < <http://www.sage-para-estudantes.com/> >. Acesso: 17/08/2020.
- [3] SANTOS, E. I. do. O Polinômio e Série de Taylor: Um estudo com aplicações. João Pessoa, 2017. Disponível em: < <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/9833/4/Arquivototal.pdf> >. Acesso em 07/08/2020.