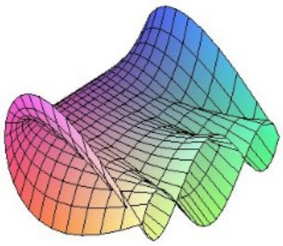


Cálculo Diferencial e Integral:
um kit de sobrevivência
"SageMath"

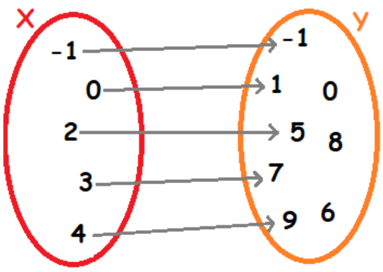
Ester Heloisa Bento.
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

Funções

Definição de Função: Dados os conjuntos X, Y, uma função $f : X \to Y$ (lê-se "uma função de X em Y") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ a um elemento $y = f(x) \in Y$.

O conjunto X chama-se o domínio e Y é o contra-domínio da função f. Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \mapsto f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x)$.

Os elementos do conjunto X serão relacionados com os elementos do conjunto Y através de uma lei de formação. Neste caso:



O conjunto X é formado pelos elementos $\{-1, 0, 2, 3, 4\}$ e o conjunto Y pelos elementos $\{-1, 0, 1, 5, 6, 7, 8, 9\}$. É uma função de $X \to Y$ (função de X em Y) pela lei de formação $f(x) = 2x + 1$. Observe:

$f(-1) = 2 * (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$
$f(0) = 2 * 0 + 1 = 0 + 1 = 1$
$f(2) = 2 * 2 + 1 = 4 + 1 = 5$
$f(3) = 2 * 3 + 1 = 6 + 1 = 7$
$f(4) = 2 * 4 + 1 = 8 + 1 = 9$

Nessa relação, temos que o domínio é dado pelo conjunto X, o contradomínio representado pelo conjunto Y e a imagem pelos elementos de Y que possuem relação com os elementos do conjunto X.

Domínio: $\{-1, 0, 2, 3, 4\}$
Contradomínio: $\{-1, 0, 1, 5, 6, 7, 8, 9\}$
Imagem: $\{-1, 1, 5, 7, 9\}$

Equação do 1º grau: Uma equação do 1º grau é toda equação de incógnita x que tem como forma geral a expressão $y = ax + b$, com $a \neq 0$ e, a e $b \in \mathbb{R}$.

Para toda equação do 1 grau, existirá um único valor para x que tornará a expressão $ax + b$ igual a zero. Ou seja, equações deste tipo possuem apenas uma raiz.

Equação do 2º grau: Uma equação do 2º grau é toda equação de incógnita x que tem como forma geral a expressão $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ e, a, b e $c \in \mathbb{R}$.

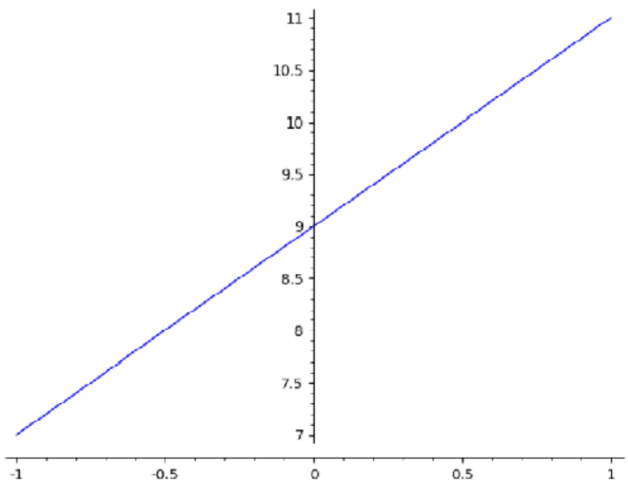
A solução de uma equação do 2º grau dependerá do valor de $\triangle = b^2 - 4ac$. Existem três casos considerados. Chamando x_1 e x_2 as soluções da equação,temos:
Se $\triangle > 0$ então há duas soluções reais e distintas $(x_1 \neq x_2)$;
Se $\triangle = 0$ então há uma única solução real $(x_1 = x_2)$;
Se $\triangle < 0$ então não há solução dentro do conjunto dos Números Reais.

Como calcular funções no SageMath:

Exemplo 1

Seja f a função definida por $f(x) = 2x + 9$, para calcular no SageMath e fazer o gráfico basta escrever:

```
In [1]: f(x)=2*x+9

In [8]: solve(f(x)==10,x)
Out[8]: [x == (1/2)]

In [9]: f(9)
Out[9]: 27

In [10]: plot(f(x),x)
Out[10]:
```



Exemplo 2

Podemos definir $\triangle$(delta) e Bhaskara utilizando os comandos

```
In [1]: a,b,c = var('a, b, c')

In [2]: delta = b ^ 2 - 4 * a* c

In [4]: show(delta)
```

$$b^2 - 4\,ac$$

```
In [3]: Bhaskara = a*x ^ 2 + b*x + c

In [5]: solve(Bhaskara,x)

Out[5]: [x == -1/2*(b + sqrt(b^2 - 4*a*c))/a, x == -1/2*(b - sqrt(b^2 - 4*a*c))/a]
```

Para o SageMath o termo *show* mostra a equação. Por exemplo

```
In [9]: show(solve(bhaskara,x))
```

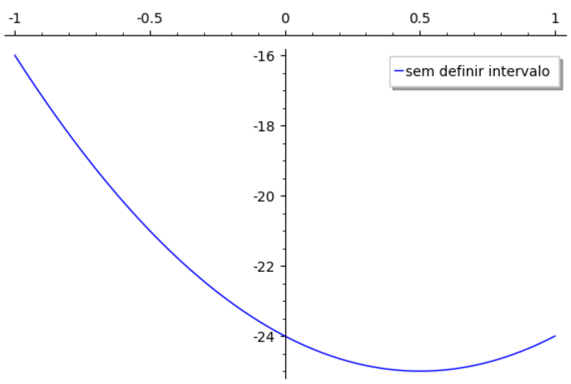
$$\left[x = -\frac{b + \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2\,a}, x = -\frac{b - \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2\,a}\right]$$

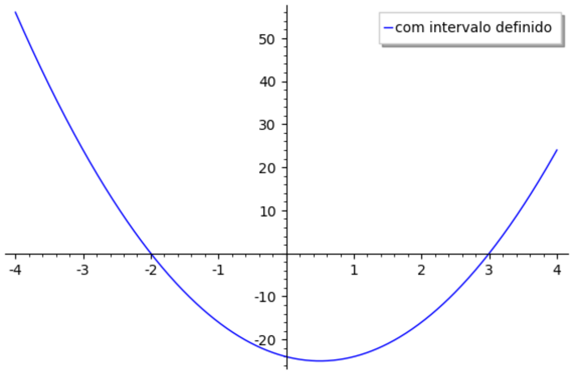
Dada a função $f(x) = 4x^2–4x–24$, vamos defini-la, encontrar sua solução.

```
In [1]: f(x)=4*x^2-4*x-24

In [2]: solve(f(x),x)

Out[2]: [x == 3, x == -2]
```

Ou podemos definir valores para a,b e c usandos em Bhaskara e delta.

Vamos plotar o gráfico.
$plot(f(x), x)$ ou $plot(f(x), x, -4, 4)$





Observaçõoes: O software SageMath não entende a letra x como variável, se quiser utilizar outras será necessário definí-las.

Referências

[1] LIMA, Elon Lages et al. A matemática do ensino médio. SBM, 1997.

[2] DELGADO, Carlos José Borges; FRIEDMANN, Clicia Valladares Peixoto; LIMA, Jacqueline de Cassia Pinheiro. Ensino da Função Afim. Editora Unigranrio. Rio de Janeiro, 2010.