

## Cálculo Diferencial e Integral: um kit de sobrevivência "SageMath"

Vitória Vendramini Gongora.  
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

### Derivada - Parte II:

Na parte I mostramos como calcular a derivada por definição, resolver o problema da tangente e calcular a derivada pelas regras no SageMath. Se desejarmos podemos calcular não apenas a derivada primeira de uma função  $f$ , mas também derivar em outros graus, além da possibilidade de calcular a derivada de funções implícitas.

Vamos ver a definição de derivada de segundo ou maior grau:

Sejam  $f$  uma função e  $A$  o conjunto dos  $x$  para os quais  $f'(x)$  existe. A função  $f' : A \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $x \mapsto f'(x)$  denomina-se *função derivada*, ou apenas, *derivada* de  $f$ ; diremos, ainda, que  $f'$  é a *derivada de 1° ordem* de  $f$ . A derivada de 1° ordem de  $f$  é também indicada por  $f^{(1)}$ .

A derivada de  $f'$  denomina-se *derivada de 2° ordem* de  $f$  e é indicada por  $f''$  ou  $f^{(2)}$ , assim,  $f'' = (f')'$ . De modo análogo define-se as derivadas de ordens superiores a 2 de  $f$ .

Veja a ideia principal de uma Função Dada Implicitamente:

Considere uma equação nas variáveis  $x$  e  $y$ . Dizemos que  $y = f(x)$  é dada implicitamente por tal equação se, para todo  $x$  do domínio de  $f$ , ponto  $(x, f(x))$  for solução da equação.

Agora veremos como calcular a derivada de segundo ou maior grau de uma função e como calcular a derivada de uma função implícita no SageMath.

### Derivadas no SageMath

Para facilitar, você pode copiar as áreas em azul, colar no SageMath e substituir as informações que você tem, como a função, o ponto, o intervalo etc.

- Se formos calcular derivada de segundo ou maior grau basta escrever:

$f(x) = \text{defina } f(x)$

`diff(f(x), x, o grau da derivada)`

Ou ainda:

`diff(defina f, x, o grau da derivada)`

Podemos também plotar no mesmo gráfico a função  $f$  e  $f^{(n)}$ . Para facilitar a identificação é conveniente plotar as funções de cores diferentes.

`f(x)= defina f(x)`

`plot(f(x), intervalo do gráfico, color=' cor desejada(em inglês)')+ plot(diff(f(n)(x), x, n), intervalo do gráfico, color= 'cor desejada(em inglês)')`

- Para calcular a Derivada Implícita definiremos que  $y$  é um função, definiremos a função  $y$  e depois calcularemos a derivada de  $y$ :

`y= function("y")(x)`

`y= defina y`

`diff(y, x, grau de derivação)`

## Exemplo 1

Calcule a derivada de grau 5 da função  $g(x) = \text{sen}(x)$ .

```
In [3]: g(x)= sin(x)
diff(g(x),x, 5)
```

```
Out[3]: cos(x)
```

## Exemplo 2

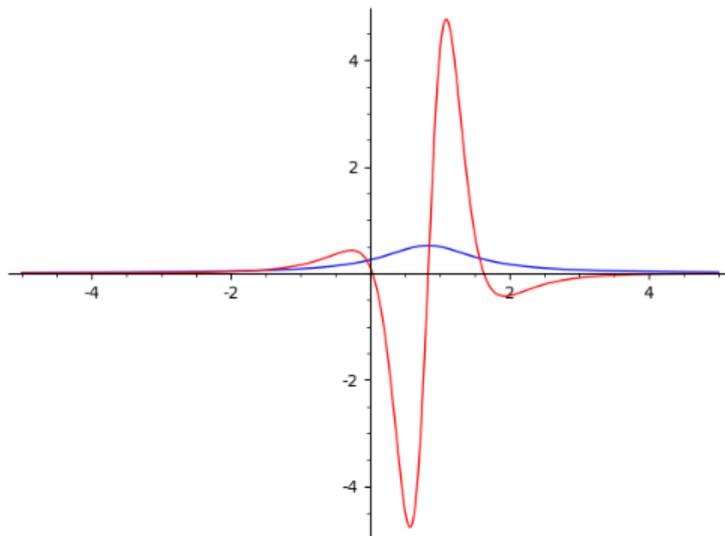
Calcule a derivada terceira de  $h(x) = \frac{1}{3x^2 - 5x + 4}$  e plote o gráfico com a função  $h(x)$  em azul e  $h^{(3)}(x)$  em vermelho.

```
In [1]: h(x) = 1/(3*x^2-5*x+4)
diff(h(x),x,3).show()
```

$$-\frac{6(6x-5)^3}{(3x^2-5x+4)^4} + \frac{36(6x-5)}{(3x^2-5x+4)^3}$$

```
In [2]: plot(h(x),-5,5, color="blue")+plot(diff(h(x),x,3), -5,5, color="red")
```

out[2]:



### Exemplo 3

Calcule a derivada implícita da função  $x^2 - y^2 + 3x = 0$ .

```
In [1]: y=function("y")(x)
y=x^2-y^2+3*3
diff(y,x).show()
```

$$-2y(x) \frac{\partial}{\partial x} y(x) + 2x$$

### Referências

- [1] GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2001. 1 v.
- [2] BARD,G. V. Sage para Estudantes de Pregrado. Cochabamba: Sagemath, 2014. Tradução de: Diego Sejas Viscarra. Disponível em < <http://www.sage-para-estudiantes.com/> >. Acesso: 17/08/20