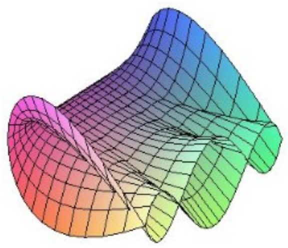


Cálculo Diferencial e Integral: um kit de sobrevivência "SageMath"

Vitória Vendramini Gongora.
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

Derivada - Parte I:

Podemos calcular a devida de uma função utilizando a seguinte definição:

> ***Definição:*** Sejam f uma função p um ponto de seu domínio. O limite:
>
> $$\lim_{x\to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$
>
> quando existe e é finito, denomina-se *derivada de* f *em* p e indica-se por *f'(p)* (leia: f linha de p). Assim
>
> $$f'(p) = \lim_{x\to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$
>
> Se f admite derivada em p, então diremos que f é *derivável* ou *diferenciável* em p.

Como consequência das propriedades de limite temos que:

$$f'(p) = \lim_{x\to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p} = \lim_{h\to 0} \frac{f(p + h) - f(p)}{h}$$

Uma das utilizações possíveis da derivada de uma função é a resolução do problema da tangente. Note que a definição de derivada é a mesma definição do coeficiente angular da reta tangente.

> ***Definição:*** Suponhamos que a função f seja contínua em x_1.
> A reta tangente ao gráfico de f no ponto $P = (x_1, f(x_1))$ é:
> (i) a reta por P tendo a inclinação $m(x_1)$, dada por:
>
> $$m(x_1) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$
>
> se o limite existir;
>
> (ii) a reta $x = x_1$ se:
>
> $$\lim_{\Delta x\to 0^+} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x} \text{ for } +\infty \text{ ou } -\infty$$
>
> e
>
> $$\lim_{\Delta x\to 0^-} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x} \text{ for } +\infty \text{ ou } -\infty.$$

Derivando a função f temos o coeficiente angular da reta, agora basta utilizar a conhecida formula $y = m(x - x_0) + y_0$, onde m é o coeficiente da reta tangente encontrado, (x_0, y_0) é o ponto da função que queremos encontar a reta tangente.

Derivadas no SageMath:

- Para calcular a derivada por definição de uma função f no SageMath basta:

  1- Definir $f(x)$: $f(x)$= defina $f(x)$;

  2- Definir uma nova variável h: var("h");

  3- Calcular $f(h+x)$: $f(h+x)$

  Depois calcule o limite:

  1- Calcule a derivada pela definição: $limit((f(h+x)-f(x))/h, h=0)$.

- Para calcular darivada de f no SageMath também podemos usamos os seguintes comados:

  1-$f(x)$= defina $f(x)$

  2-diff($f(x)$, variável em que estamos derivando)

  Ou apenas:

  1-diff(defina f, variável em que estamos derivando)

- Para encontrar a equação da reta tangente faremos:

  1- Definir $f(x)$: $f(x)$= defina $f(x)$;

  2- Calculamos f no ponto x_0 em que queremos a tangente: $f(x_0)$;

  3- Definimos uma nova variável h: var("h");

  4- Encotraremos agora o coeficiente angular da reta tangente ao ponto (x_0, y_0) calculando a derivada por definiçao de f no ponto (x_0, y_0):
  $limit((f(h+x_0)-f(x_0))/h, h=0)$;

  5- Definiremos que a função y será a função da reta tangente que queremos encontrar: y=function ("y")(x)

  6- Agora que encotramos o coeficiente angular vamos apresentar a equação da reta tangente seguindo $y = m(x-x_0)+y_0$:
  y= coeficiente angular$*(x-x_0)+y_0$;

- Para plotar o gráfico com as funções f e a tangente farems: 1- plot($f(x)$, intervalo de visão, color='cor em ingles') + plot(y, intervalo de visão), color='cor em ingles'

Exemplo 1

Calcule a derivada da função $f(x) = 3x^7 - 8x$ pela definição de derivada.

```
In [1]: f(x)=3*x^7-8*x
        var("h")
        f(x+h)

Out[1]: 3*(h + x)^7 - 8*h - 8*x

In [2]: limit((f(x+h)-f(x))/h, h=0)

Out[2]: 21*x^6 - 8
```

Encontre a equação da reta tangente a função $f(x) = x^2$ no ponto $(2, f(2))$

Exemplo 2

Calcule a derivada primeira da função $f(x) = sen(x)$.

```
In [1]: f(x)=sin(x)
        diff(f(x), x)

Out[1]: cos(x)

In [2]: diff(sin(x), x)

Out[2]: cos(x)
```

Note que de ambos os jeitos o resultado é o mesmo.

Exemplo 3

Encontre a equação da reta tangente a função $f(x) = 4x^2$ ponto $(3, 36)$ e construa o gráfico com as duas funções.

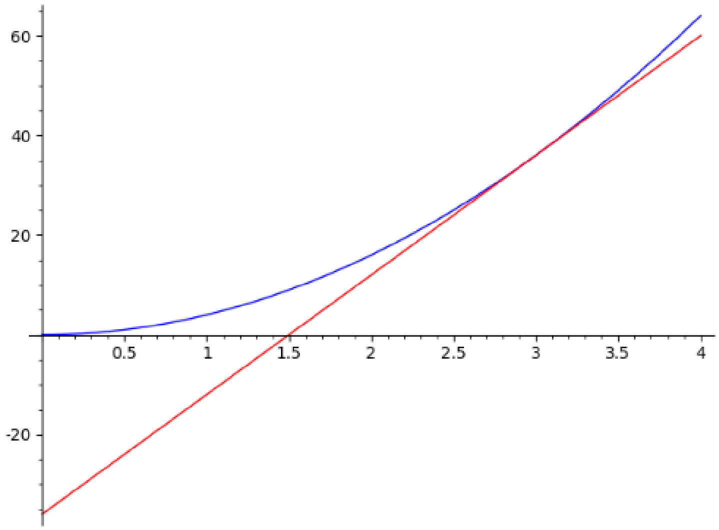
In [1]:
```
f(x)=4*x^2
f(3)
```
Out[1]: 36

In [2]:
```
var('h')
f(h+3)
```
Out[2]: 4*(h + 3)^2

In [3]:
```
limit((f(3+h)-f(3))/h,h=0)
```
Out[3]: 24

In [4]:
```
y= function("y")(x)
y=24*(x-3)+36
```

In [5]:
```
plot(f(x), 0,4, color='blue') + plot(y, 0,4, color='red')
```
Out[5]:



Referências

[1] GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2001. 1 v.

[2] LEITHOLD, L. O Cálculo com Geometria Analítica, vol. 1 (terceira edição). Editora Harbra.

[3] BARD,G. V. Sage para Estudiantes de Pregrado. Cochabamba: Sagemath, 2014. Tradução de: Diego Sejas Viscarra. Disponível em < http://www.sage-para-estudiantes.com/ >. Acesso: 17/08/20