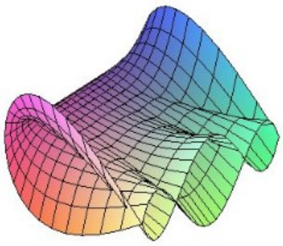

Cálculo Diferencial e Integral:
um kit de sobrevivência
"SageMath"

Luan Carlos Rigoleto Fernandes.
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

Autovalores e autovetores de matrizes quadradas

Veremos a definição de autovalor e autovetor de uma matriz quadrada e como calculá-los usando o SageMath.

Definição : Seja A uma matriz quadrada de ordem n. Um escalar λ é chamado autovalor (ou valor próprio) de A se existir um vetor não nulo x tal que $Ax = \lambda x$. Esse vetor x é chamado de autovetor (ou vetor próprio) de A associado ao autovalor λ.
Definição : Dada uma matriz quadrada A de ordem n, o polinômio de grau n dado por $p(\lambda) = det(A - \lambda I_n)$, onde I_n é a matriz identidade de ordem n, é denominado polinômio característico da matriz A.
Teorema : Seja A uma matriz quadrada de ordem n. As raízes do polinômio característico de A são seus autovalores.

Encontrando autovalores e autovetores no SageMath

Seja $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$ uma matriz quadrada de ordem n.

1. Digitamos primeiro: $A = matrix(n, n, [a_{11}, a_{12}, ..., a_{1n}, a_{21}, a_{22}, ..., a_{2n}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nn}]);$

2. Para encontrarmos somente os autovalores de A, digitamos:

   $A.eigenvalues()$

3. Para encontrarmos os respectivos autovetores associados a cada autovalor (juntamente com a multiplicidade do autovalor como raiz do polinômio característico), digitamos:

   $A.eigenvectors\_right()$

4. Para encontrarmos o polinômio característico de A não fatorado, digitamos:

   $A.charpoly()$

5. Para encontrarmos o polinômio característico de A fatorado, digitamos:

   $factor(A.charpoly())$.

Exemplo

Vamos encontrar o polinômio característico (fatorado e não fatorado), calcular os autovalores (juntamente com sua multiplicidade como raiz do polinômio característico) e os autovetores da matriz

In [19]:
```
A=matrix(3,3,[2,0,0,20,10,-2,-15,0,9])
show(A)
```

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 20 & 10 & -2 \\ -15 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

In [20]:
```
B=A.eigenvalues()
show(B)
```

$[10, 9, 2]$

In [21]:
```
C=A.eigenvectors_right()
show(C)
```

$$\left[(10, [(0,\ 1,\ 0)], 1), \left(9, \left[\left(0,\ 1,\ \frac{1}{2}\right)\right], 1\right), \left(2, \left[\left(1,\ -\frac{55}{28},\ \frac{15}{7}\right)\right], 1\right)\right]$$

In [22]:
```
C=A.charpoly()
show(D)
```

$(x-10)\cdot(x-9)\cdot(x-2)$

In [23]:
```
E=factor(A.charpoly())
show(E)
```

$(x-10)\cdot(x-9)\cdot(x-2)$

Observação: após usarmos o comando "$A.eigenvectors\_right()$", o resultado que nos é apresentado está estruturado da seguinte forma: [(autovalor, [(autovetor associado ao autovalor)], multiplicidade do autovalor como raiz do polinômio característico)].

Referências

[1] BARD,G. V. Sage para Estudiantes de Pregrado. Cochabamba: Sagemath, 2014. Tradução de: Diego Sejas Viscarra. Disponível em < http://www.sage-para-estudiantes.com/ >. Acesso: 17/08/2020.

[2] Poole, David. Álgebra Linear : uma introdução moderna. Tradução técnica de Martha Salerno Monteiro, Celia Mendes Carvalho Lopes. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.