



Cálculo Diferencial e Integral: um kit de sobrevivência "SageMath"

Ivo Eduardo Zanin.
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

Matrizes Adjuntas

Veremos a definição de **Matriz Adjunta**, e como calculá-la usando o SageMath. Primeiro, para entender o conceito de **Adjunta**, precisamos entender a definição de **Cofator Algébrico**.

Definição de Cofator Algébrico:

Dada uma matriz $[A_{ij}]_{n \times n}$, definimos o *cofator* de a_{ij} como:

$$\tilde{a}_{ij} = (-1)^{i+j} \det([\tilde{A}_{ij}]).$$

Sendo $\det([\tilde{A}_{ij}])$ o determinante da matriz obtida a partir da matriz original A eliminando-se a linha e a coluna que contenham o elemento a_{ij} .

Definição de Adjunta:

Dada uma matriz $[A_{ij}]_{n \times n}$, definimos a *adjunta* de A (representada por $\text{adj}(A)$) como sendo a *transposta* da matriz formada pelos cofatores algébricos de A.

$$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \dots & \tilde{a}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \dots & \tilde{a}_{nn} \end{bmatrix}$$

Definição de Transposta:

Seja $A = [a_{rs}] \in C^{n \times m}$. Transpondo cada linha de A para a posição de coluna, nós obtemos uma matriz de ordem $m \times n$ chamada de *transposta* de A e denotada por A^T .

Matriz Adjunta no SageMath

- Para calcular a *matriz adjunta*, de $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, devemos, primeiramente:

1. `A = matrix(3, 3, [a, b, c, d, e, f, g, h, i])`, onde os dois primeiros números dentro do parêntese representam a ordem da matriz, e as letras dentro das chaves são os elementos.
2. Depois, basta escrever `A.adjugate()`.

Exemplo

Calcule a *matriz adjunta*, de $A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 5 & 2 \\ 5 & -2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & -5 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

Type some Sage code below and press Evaluate.

```
1 A = matrix(4, 4, [-4, 3, 5, 2, 5, -2, 1, 5, 1, 1, 2, -5, 0, 3, 3, -1])
2 show(A)
3 A.adjugate()
4 show(A.adjugate())
```

Evaluate

Language: Sage

Share

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 5 & 2 \\ 5 & -2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & -5 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} -55 & 37 & -1 & 80 \\ -81 & -41 & -119 & 228 \\ 83 & 47 & 97 & -84 \\ 6 & 18 & -66 & 28 \end{pmatrix}$$

Referências

- [1] Professor Aquino - Matemática, Matriz Adjunta. | 15. Álgebra Linear. Disponível em: <<https://youtu.be/ENGi8s35cMs>> Acesso em: 12 de outubro de 2021.
- [2] Professor Alê - Álgebra Linear - Aula 47 - Matriz Adjunta. O que é? Como encontrar? Disponível em: <<https://youtu.be/Tq4BmNdixxo>> Acesso em: 21 de outubro de 2021.
- [3] InfoEscola - Matriz adjunta, por José Roberto Lessa. Disponível em: <www.infoescola.com/mat/matriz-adjunta/> Acesso em: 12 de outubro de 2021.