



Cálculo Diferencial e Integral:
um kit de sobrevivência
"Software R"

Franciele Aparecida Pelosi da Silva.
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

Produto Vetorial

O produto vetorial de \vec{u} por \vec{v} , (denotado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$ ou $\vec{u} \times \vec{v}$) é um vetor, no qual possui as seguintes propriedades:

Propriedades:

- 1) Se (\vec{u}, \vec{v}) é linearmente dependente, então $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$;
- 2) Se (\vec{u}, \vec{v}) é linearmente independente e θ é a medida angular entre \vec{u} e \vec{v} , então:
 - 2.1) $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \text{sen} \theta$;
 - 2.2) $\vec{u} \wedge \vec{v}$ é ortogonal a \vec{u} e \vec{v} ;
 - 2.3) $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v})$ é uma base positiva.

O produto vetorial possui algumas propriedades algébricas, tais como:

Propriedades Algébricas:

- 1) $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$;
- 2) $\vec{u} \wedge (\lambda \vec{u}) \wedge \vec{v} = \lambda(\vec{u} \wedge \vec{v})$;
- 3) $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \vec{w}$

Tem-se que para quaisquer vetores \vec{u}, \vec{v} e \vec{w} , as igualdades:

Igualdades:

- 1) $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w} = -(\vec{v} \bullet \vec{w})\vec{u}$;
- 2) $\vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w})\vec{v} = -(\vec{u} \bullet \vec{v})\vec{w}$.

Produto Vetorial no R:

Para facilitar, você pode copiar as áreas em azul e verde, colar no R e substituir as verdes pelas informações que você tem, como a função, o ponto, o intervalo etc.

- Para calcular o **produto vetorial** devemos:

```
> install.packages(RSEIS) #instalar o pacote RSEIS.  
> library(RSEIS)        #carregar a biblioteca.  
> xprod(u,v)            #função que calcula o produto vetorial.
```

Exemplo 1:

Considere a base ortonormal positiva $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, são dados $\vec{u} = (1, 2, 3)$ e $\vec{v} = (-1, 1, 2)$.

Com o auxílio da linguagem R, obtemos:

```
> library(RSEIS)  
> vetoru <- c(1,2,3)  
> vetorv <- c(-1, 1, 2)  
# Utilizando o comando xprod, calculamos o produto vetorial:  
> xprod(vetoru,vetorv)  
[1] 1 -5 3
```

Portanto, tem-se que o produto vetorial de \vec{u} e \vec{v} é o vetor $(1,-5,3)$.

Referências

- [1] BOULOS, Paulo; CAMARGO, Ivan. Geometria Analítica-Um tratamento vetorial. São Paulo: Ed. 2005.
- [2] STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. Geometria analítica. McGraw-Hill, 1987.