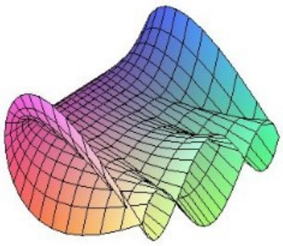

Cálculo Diferencial e Integral:
um kit de sobrevivência
"*Software R*"

Nome do autor: Franciele Aparecida Pelosi da Silva.
Orientador: Rodrigo Martins.

Distribuição binomial

Definição:

Um experimento é binomial, quando o resultado possa ser classificado como sucesso ou fracasso. Se $X = 1$, o resultado é um sucesso e $X = 0$ quando é um fracasso.

São características da distribuição binomial:
· As tentativas são independentes, ou seja, o resultado de uma não altera o resultado da outra;
·Cada repetição do experimento admite apenas dois resultados: sucesso ou fracasso;
· A probabilidade de sucesso (p), em cada tentativa, é constante;
· Quando a variável aleatória possuir distribuição binomial, escrevemos:

$$X \sim b(n, p)$$

A função de probabilidade de X é dada por:

$$P(X = x) = f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, 2..., n.$$

onde:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

em que:
n = número de tentativas;
p = probabilidade de sucesso;
x = número de sucesso.

A esperança (média) é dada por:

$$\mu = E(X) = np$$

A variância é dada por:

$$\sigma^2 = Var(x) = np(1-p)$$

Distribuição Binomial no R:

Para facilitar, você pode copiar as áreas em azul e verde, colar no R e substituir as verdes pelas informações que você tem, como a função, o ponto, o intervalo etc.

• Para calcular a **distribuição binomial** temos:

```
dbinom(x, size, prob,opções)# Retorna a densidade de probabilidade para o
valor de x.

pbinom(q, size, prob, opções)#Retorna a distribuição de probabilidade acumulada
para o valor de q.

qbinom(p, size, prob,opções)#Retorna a distribuição de probabilidade acumulada
inversa para a probabilidade p.

rbinom(n, size, prob )#Retorna um vetor de n números aleatórios.
```

onde:
x: vetor contendo o número total de sucessos em n ensaios de Bernoulli;
p: probabilidade de sucesso;
q: vetor contendo os quantis em n ensaios de Bernoulli;
prob: vetor contendo as probabilidades em n ensaios de Bernoulli;
obs: número de observações.; e
n: número de ensaios de Bernoulli.

• Gráficos das funções da distribuição binomial:

```
#Para plotar os gráficos iremos usar o pacote "ggplot2".
install.packages("ggplot2") # intalando o pacote
library(ggplot2)            # carregando o pacote

#Função densidade da distribuição binomial (Dbinom)
ggplot(data.frame(x = c(0, 100, by = 1)), aes(x)) +
stat_function(geom="point",
fun = function(x)dbinom(x,size=100,prob=0.5), colour="blue", n = 101)

#Função de distribuição binomial (Pbinom)
ggplot(data.frame(x = c(0, 100, 0.01)), aes(x)) +
stat_function(geom="point",
fun = function(x)pbinom(x,size=100,prob=0.5), colour="blue", n = 101)

#Função quartil da distribuição binomial (Qbinom)
ggplot(data.frame(x = c(0, 1, 1)), aes(x)) +
stat_function(geom="point",
fun = function(x)qnbinom(x,size=100,prob=0.5), colour="blue", n = 101)
```

```
#Função que gera amostras aleatórias da distribuição binomial (Rbinom)
ggplot()+ aes(rbinom(10000,100,0.5))+ geom_bar(fill = "blue")+
labs(x = "x", y = "y")
```

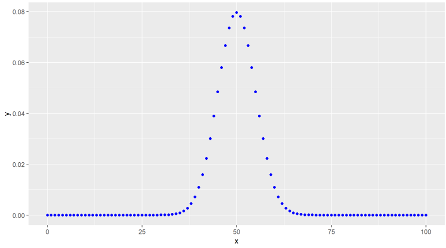

Figura 1: Dbinom

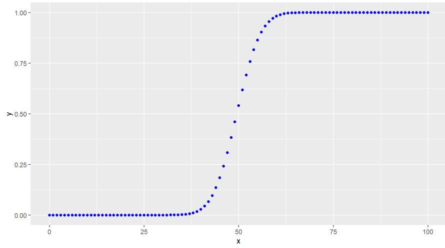

Figura 2: Pbinom

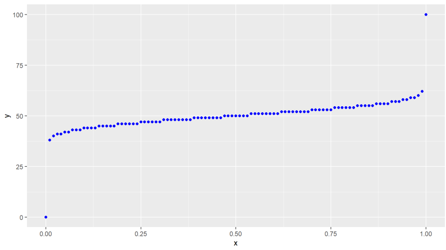

Figura 3: Qbinom

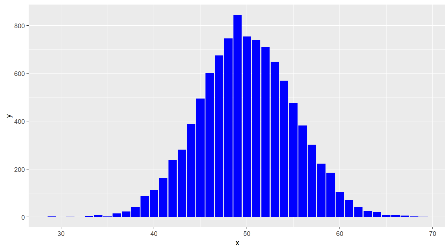

Figura 4: Rbinom

Exemplo 1:

Uma amostra de ar tem 5% de chance de conter certa molécula rara. Considere que as amostras sejam independentes com relação à presença da molécula rara. Encontre a probabilidade de que nas próximas 20 amostras, exatamente 2 contenham a molécula rara.

Com o auxilio da linguagem R, obtemos:

```
p <- 0.05 #probabilidade
n <- 20 #número de amostras
x <- 2 #número de sucessos em 20 amostras
dbinom(x, n, p)
[1] 0.1886768
```

Portanto, a probabilidade de que exatamente 2 moléculas raras sejam encontradas nas próximas 20 amostras analisadas é de 18.86768%.

· Visualizando o exemplo acima graficamente:

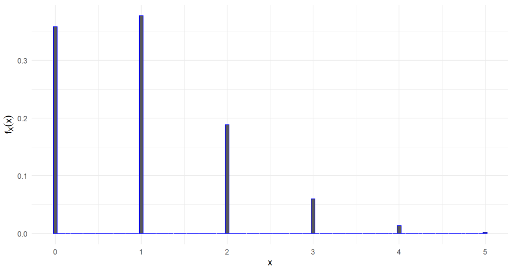

Figura 5: Densidade de probabilidade para P(X=5), até conseguir 8 coroas

Exemplo 2:

Considere uma prova com 12 questões, cada uma com 4 alternativas. Suponha que o aluno escolha as respostas ao acaso. Qual é a probabilidade de que ele acerte pelo menos 6 questões?
X: nº de questões que o aluno acertará
X pode assumir valores no conjunto 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ou 12. Com o auxilio da linguagem R, obtemos:

```
dbinom(0:12,12,0.25)
[1] 3.167635e-02 1.267054e-01 2.322932e-01 2.581036e-01 1.935777e-01
[6] 1.032414e-01 4.014945e-02 1.147127e-02 2.389848e-03 3.540516e-04
[11] 3.540516e-05 2.145767e-06 5.960464e-08
```

· Visualizando o exemplo acima graficamente:

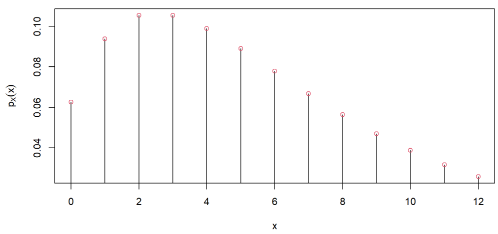

Figura 6: Distribuição B(12,0.25)

```
#usaremos a função pbinom:
pbinom(5,12,0.25, lower.tail =  F)
[1] 0.05440223
```

Portanto, a probabilidade de que o aluno acerte pelo menos 6 questões é de 5.440223%.

· A média será dada por:

```
n = 12
p = 0.25
# A esperança da distribuição binomial é:
E(X) = n*p
E(X)
[1] 3
```

Portanto, o aluno ao "chutar"as respostas das questões acertará em média 3 questões.

Referências

[1] MORETTIN, Pedro Alberto; BUSSAB, WILTON OLIVEIRA. Estatística básica. Saraiva Educação SA, 2017.

[2] R Core Team (2020). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL https://www.R-project.org/.