



## ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE UM CARRINHO DE FRICÇÃO: UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Thalia Falquievicz Corassa (Unioeste)

Vitória Fenilli Vidaletti (Unioeste)

thaliacorassa@gmail.com

**Resumo:** O texto apresenta um relato de experiência das autoras ao desenvolverem uma atividade de Modelagem Matemática na disciplina eletiva “Modelagem Matemática na Educação Matemática”, ofertada no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *campus* Cascavel. A atividade investigativa foi proposta pelo docente da disciplina e inspirada por um contexto real que tinha como intuito explorar aspectos do comportamento de um carrinho de fricção. O relato tem o objetivo de explicitar o desenvolvimento desta atividade, elencar os conceitos matemáticos e estratégias utilizadas em sua realização, tecendo algumas reflexões. Concluimos que a investigação propiciou o estudo e discussão sobre aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática, destacando a necessidade de refletir sobre diferentes abordagens ao incorporar a tecnologia nas atividades e ao adaptá-las para diferentes níveis de ensino, consolidando a relevância de articular teoria e prática no âmbito da Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Educação Matemática; Carrinho de Fricção.

### 1 Introdução

Este trabalho relata uma experiência com a Modelagem Matemática<sup>1</sup> na perspectiva da Educação Matemática. Tal experiência ocorreu por meio do desenvolvimento de uma atividade investigativa na disciplina eletiva “Modelagem Matemática na Educação Matemática” ofertada no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação em Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *campus* Cascavel.

---

<sup>1</sup> No decorrer do texto adotaremos os termos Modelagem Matemática e Modelagem como sinônimos de Modelagem Matemática na Educação Matemática.

A atividade realizada no contexto da disciplina tinha como objetivo explorar e compreender o comportamento de um carrinho de fricção, não apenas a observação prática do fenômeno físico, mas também a relação dessa atividade com a Modelagem Matemática. A investigação se justifica pela proposta abordada na disciplina que propiciou uma ponte entre a teoria sobre Modelagem Matemática e aplicações práticas, visto que “[...] quando nos deparamos com teorias precisamos vivenciá-las para preencher lacunas que não cabem na escrita que nos foi apresentada, pois, toda teoria é destituída dos vividos” (Klüber, 2013, p. 96).

A abordagem proposta na disciplina corrobora com a perspectiva de que a Modelagem Matemática na Educação Matemática tende a intensificar a presença da reflexão, do diálogo e da crítica no decorrer das aulas, visto que favorece aos discentes investigar situações da sua vivência e interesse (Schrenk; Vertuan, 2022). Em seguida, será descrita a atividade investigativa realizada, bem como os conceitos matemáticos e estratégias utilizadas em seu desenvolvimento, esboçando algumas reflexões.

## **2 Descrição da atividade**

A experiência com a Modelagem Matemática aqui relatada ocorreu no segundo semestre de 2023 na disciplina eletiva intitulada por “Modelagem Matemática na Educação Matemática”, ministrada pelo docente Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan, com carga horária de 60h e frequência quinzenal. Os princípios metodológicos da disciplina se pautaram no estudo e discussão mediada por textos sobre a temática em questão, além do desenvolvimento de diversas atividades práticas de Modelagem propostas pelo docente e uma aplicação de autoria própria dos discentes.

A atividade descrita está entre as que foram propostas para a disciplina, inspirada por um contexto real com intuito de explorar aspectos do comportamento de um carrinho de fricção. Para isso, o docente apresentou os seguintes questionamentos: *Que relação (aproximada) podemos estabelecer entre o número de voltas no pneu e a distância percorrida pelo carrinho? Se o número de voltas ( $n$ ) fosse possível para  $n = 10$ , qual a distância percorrida pelo carrinho?* Com intuito de os discentes refletirem e buscarem

respostas para esses questionamentos o docente dividiu a turma em grupos, forneceu um carrinho de fricção<sup>2</sup> (Figura 1) e uma fita métrica para as medições.

**Figura 1. Carrinho de fricção utilizado no experimento**



**Fonte: As autoras (2024).**

Ao manusear o carrinho e pensar nas questões propostas, a primeira estratégia utilizada pelo grupo<sup>3</sup> foi marcar o pneu do carrinho com um corretivo, buscando ampliar a visualização e determinar a quantidade de voltas completas ao realizar a fricção até soltá-lo. Em seguida, colamos uma fita adesiva no chão, com o objetivo de marcar o local em que seria iniciada a fricção até o disparo, para que o início fosse sempre o mesmo independente da quantidade de voltas.

Conforme era realizada a fricção, para cada volta do pneu do carrinho medimos com auxílio da fita métrica a distância percorrida em centímetros, repetindo esse processo quatro vezes para cada número de voltas, devido às deformações do piso em que o experimento estava sendo realizado. Ao realizarmos o processo para cinco voltas, decidimos proceder para o número máximo de voltas que o carrinho permitia, que foram sete voltas, conforme apresentado na Tabela 1. Posteriormente, estimou-se uma média das distâncias percorridas em relação ao número de cada volta do pneu.

**Tabela 1. Distância percorrida em relação ao número de voltas**

Voltas	Distância percorrida (cm)	Média da distância (cm)
1	55 – 50 – 50 – 54	52,25

<sup>2</sup> É um carrinho de brinquedo que funciona por fricção, ao ser forçado a girar suas rodas para trás, contra uma superfície, uma mola acumula energia potencial elástica, e ao soltar o brinquedo, ele se movimenta sozinho para frente.

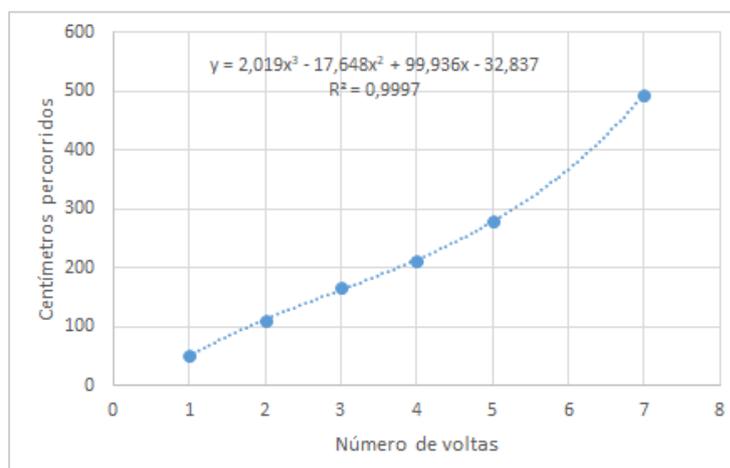
<sup>3</sup> O grupo era formado por quatro discentes, que contribuíram nas discussões da atividade, porém a investigação aqui apresentada foi desenvolvida e descrita por dois membros do grupo, autores do texto.

2	117 – 117 – 101 – 103	109,5
3	176 – 166 – 171 – 156	167,25
4	214 – 214 – 195 – 220	210,75
5	220 – 291 – 294 – 310	278,75
⋮	⋮	⋮
7	484 – 487 – 496 - 512	494,75

**Fonte: As autoras (2024).**

Calculada a média da distância percorrida pelo carrinho em relação ao número de voltas do pneu, atribuímos os valores encontrados no *software Excel*, em busca de uma função que melhor se ajustasse ao experimento realizado. Com auxílio do *software* plotamos o gráfico que representa os dados supracitados e utilizamos a ferramenta linha de tendência para encontrar a curva que melhor se ajusta aos dados do experimento, conforme apresentado na Figura 2.

**Figura 2. Distância percorrida em relação ao número de voltas**



**Fonte: As autoras (2024).**

Por meio do gráfico é possível verificar que o *software* ajustou os dados na linha de tendência e denotou a curva de uma função polinomial de 3º grau, representada por  $y = 2,019x^3 - 17,648x^2 + 99,936x - 32,837$ , sendo esse modelo a relação entre o número de voltas no pneu e a distância percorrida pelo carrinho.

O modelo obtido nos permite validar os dados do experimento e encontrar uma solução para o segundo questionamento: *Se o número de voltas ( $n$ ) fosse possível para  $n = 10$ , qual a distância percorrida pelo carrinho?* Ao substituir o número de voltas no modelo, tem-se um valor aproximado da média da distância calculada anteriormente. Assim, ao calcular a distância percorrida para  $n = 10$  voltas no pneu obtemos um valor aproximado de 1.220,72 *cm*, conforme Tabela 2.

**Tabela 2. Validação do modelo em relação ao número de voltas**

Voltas	Valores do modelo (cm)
1	51,47
2	112,59
3	162,65
4	213,75
5	278,01
⋮	⋮
7	494,48
⋮	⋮
10	1.220,72

**Fonte: As autoras (2024).**

Com o intuito de verificar as soluções obtidas, pensamos em uma nova estratégia para realizar os cálculos do experimento. Ao invés de utilizar o número de cada volta de fricção marcada pelo corretivo no pneu, foi utilizado o comprimento da volta do pneu do carrinho por meio da fórmula do comprimento da circunferência, representada por  $C = 2\pi r$ . Considerando  $\pi = 3,14$  e o raio do pneu 1 *cm*, temos que o comprimento do pneu equivale a 6,28 *cm*, sendo esse o valor do comprimento da primeira volta do pneu. Assim, a segunda volta equivale ao dobro da primeira e, assim consecutivamente, conforme apresentado na Tabela 3. Desta forma, consideramos o comprimento da volta do pneu equivalente ao número de voltas e utilizamos as médias das distâncias percorridas obtidas na primeira estratégia do experimento.

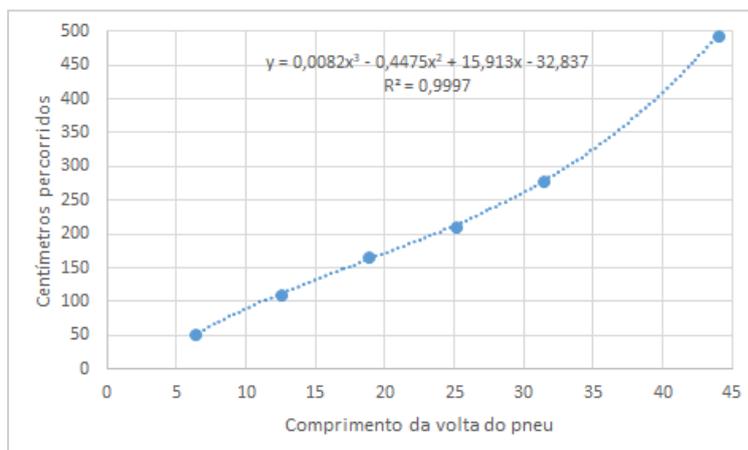
**Tabela 3. Distância percorrida em relação ao comprimento da volta do pneu**

Voltas	Comprimento da volta (cm)	Média da distância (cm)
1	6,28	52,25
2	12,56	109,5
3	18,84	167,25
4	25,12	210,75
5	31,4	278,75
⋮	⋮	⋮
7	43,96	494,75

**Fonte: As autoras (2024).**

Os valores da distância percorrida pelo carrinho em relação ao comprimento da volta do pneu também foram atribuídos no *software Excel*, em busca de uma nova função que melhor correspondesse aos dados. Realizamos o mesmo processo no *software* descrito anteriormente, plotamos o gráfico e utilizamos a linha de tendência para encontrar a curva que melhor se ajusta aos novos dados do experimento, conforme apresentado na Figura 3.

**Figura 3. Distância percorrida em relação ao comprimento da volta do pneu**



**Fonte: As autoras (2024).**

O gráfico denotou a curva de uma função polinomial de 3º grau, representada por  $y = 0,0082x^3 - 0,4475x^2 + 15,913x - 32,837$ , sendo esse modelo a relação entre o comprimento da volta do pneu e a distância percorrida pelo carrinho. Por meio desse modelo validamos os dados substituindo o comprimento de cada volta e assim, encontramos um valor aproximado de 1.232,55 cm de distância percorrida para  $n = 10$  voltas no pneu do carrinho, conforme Tabela 4.

**Tabela 4. Validação do modelo em relação ao comprimento da volta**

Comprimento da volta (cm)	Validade do modelo (cm)
6,28	51,47
12,56	112,68
18,84	162,96
25,12	214,49
31,4	279,47
⋮	⋮
43,96	498,51
⋮	⋮
62,8	1.232,55

**Fonte: As autoras (2024).**

Diante das soluções obtidas, percebe-se que as duas estratégias utilizadas para desenvolvimento do experimento resultaram em soluções semelhantes, isso decorreu devido ao fato de considerarmos o comprimento da volta do pneu equivalente ao número de voltas e utilizarmos a mesma média da distância percorrida em ambas as estratégias.

Ao término da atividade, o docente solicitou que os grupos apresentassem suas estratégias de desenvolvimento para toda turma, o que propiciou a discussão, análise e reflexão das soluções. Cada grupo utilizou uma abordagem diferente para a resolução do problema, enriquecendo a discussão realizada. Alguns observaram que existe uma linearidade na relação entre o número de voltas e a distância percorrida, o que nos fez refletir sobre equívocos ocorridos em nosso experimento, que podem ter decorrido devido às deformidades encontradas no piso em que o experimento foi realizado. De acordo com a concepção de Modelagem de Burak (1987, 1992, 2004) essa etapa da análise crítica das soluções é

[...] marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo (Klüber; Burak, 2008, p. 21-22).

Outro aspecto relevante a destacar em relação aos equívocos ocorridos no desenvolvimento do experimento é a utilização da tecnologia, que se revelou tanto um recurso valioso quanto uma limitação para a Modelagem do comportamento do carrinho de fricção. O auxílio de *softwares* proporcionou uma análise eficiente de um pequeno conjunto de dados, permitindo ajustes precisos na curva do modelo. No entanto, tornou-se evidente que essa abordagem poderia apresentar desafios consideráveis ao lidar com um grande conjunto de dados, ressaltando a importância de termos considerado estratégias alternativas que contemplassem modelos mais abrangentes.

### **3 Considerações finais**

A experiência descrita propiciou importantes reflexões e discussões sobre aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, além de apresentar a relevância e os desafios do uso das tecnologias no desenvolvimento de atividades de Modelagem.

A reflexão realizada em sala entre os discentes e o docente da disciplina sobre os modelos matemáticos mais apropriados para a atividade em questão, constatou que o modelo que representa uma linearidade na relação entre o número de voltas e a distância percorrida pelo carrinho seria o mais viável para a situação em estudo, desde que fossem desconsideradas as deformações do piso em que o experimento estava sendo realizado. Esses resultados ressaltam a relevância dos momentos coletivos de discussão, análise e reflexão em atividades de Modelagem.

Outro ponto a destacar é que, embora a maioria dos grupos utilizaram recursos tecnológicos e conteúdos matemáticos aprofundados, as discussões em sala oportunizaram a tentativa de adaptar as atividades desenvolvidas para todos os níveis da Educação Básica. Esse desafio reside na adaptação das atividades de forma a torná-las acessíveis e envolventes, considerando a idade e o nível de compreensão dos alunos.

Neste sentido, a proposta de incorporar representações visuais, como gráficos de barras, surge como uma alternativa promissora para tornar a atividade mais acessível e atrativa para estudantes dos primeiros níveis da Educação Básica.

Concluimos que a atividade investigativa proporcionou observações relevantes sobre o comportamento do carrinho de fricção, além de destacar a necessidade de abordagens flexíveis ao incorporar a tecnologia e ao adaptar atividades para diferentes níveis de ensino, consolidando a importância do equilíbrio entre teoria e prática no âmbito da Educação Matemática.

### **Agradecimentos**

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Agradecemos ao docente Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan e as colegas Ma. Ana Paula Gonzatto e Ma. Nagmar Ferreira de Souza pelas contribuições e discussões durante o desenvolvimento da atividade e no decorrer da disciplina.

### **Referências**

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Rio Claro, 1987. 186p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática).

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas, 1992. 460p. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática - I EPMEM, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

KLÜBER, T. E. Aspectos relativos à noção de *prática(s)* de Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis - SC, v. 8, n. 1, p. 92-103, jul. 2013.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p.17-34, mar. 2008.

SCHRENK, M. J.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática como Prática Pedagógica: uma possível caracterização em Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 194-224, abr. 2022.