

Cálculo Diferencial e Integral: um kit de sobrevivência "Sistema de Coordenadas Cartesiano"

Eloísa Gabrieli Alves dos Santos
Geovanna Cordeiro dos Santos
Manuela Cristina Souza Brito
Orientadora: Prof.^ª Dr. Laís Fonseca.

O que são as coordenadas cartesianas?

O conceito de posição de um corpo é definido como a colocação deste corpo em relação a referências externas, ou seja, a posição de um objeto depende do observador, sendo, assim, relativa. Podemos descrever uma posição através de um sistema de referências, utilizando expressões como esquerda ou direita, em cima ou embaixo, algumas utilizadas no nosso cotidiano.

A descrição da posição de um objeto é feita com o uso de coordenadas ou de um conjunto de coordenadas. Neste trabalho, estudaremos as coordenadas cartesianas. Um exemplo para ilustrarmos essa descrição é dado a seguir:

Exemplo: Considere um cachorro, chamado Bidu, que caminha em direção à sua casa. Veja na figura abaixo:

Figura 01: Ilustração da situação.

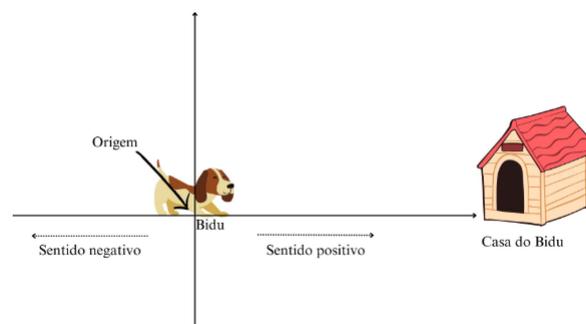


Fonte: próprias autoras

Temos que Bidu movimenta-se ao longo da linha tracejada retilínea, nesse caso o movimento é unidimensional. Para delimitarmos a posição de Bidu, assumimos um ponto de referência, o qual será chamado de ponto de origem O (origem do sistema de coordenadas). Podemos notar que o ponto O divide a linha retilínea em dois segmentos de reta (um à direita e outro à esquerda de O). Num desses segmentos, as coordenadas terão valores positivos e, no outro, valores negativos.

O que acabamos de explicar pode ser visualizado da seguinte forma:

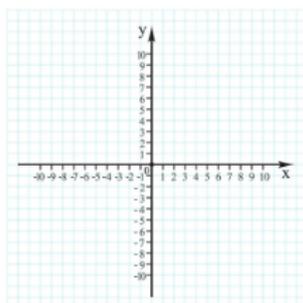
Figura 02: Representação da explicação.



Fonte: próprias autoras

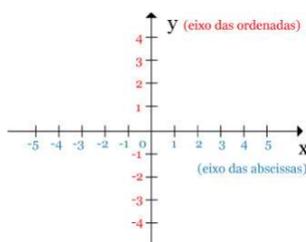
O sistema de coordenadas cartesiano é formado por dois eixos perpendiculares: um horizontal (eixo x) e outro vertical (eixo y), que se cruzam em um ponto chamado de origem (O). O eixo horizontal é chamado de eixo das abscissas (x) e o vertical, de eixo das ordenadas (y). Os eixos são enumerados compreendendo o conjunto dos números reais. Observe a seguir algumas figuras que representam o plano cartesiano:

Figura 03: Representação do plano cartesiano..



Fonte: <https://depositphotos.com/br/vectors/plano-cartesiano.html>

Figura 04: Representação dos eixos

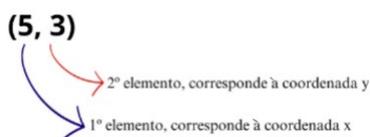


Fonte: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/plano-cartesiano>

Nesse sistema, a posição de um objeto é descrita por um par ordenado de números, onde o primeiro número representa a coordenada x (horizontal) e o segundo representa a coordenada y (vertical).

Veja um exemplo de um par ordenado, na Figura 5:

Figura 05: Um exemplo de par ordenado



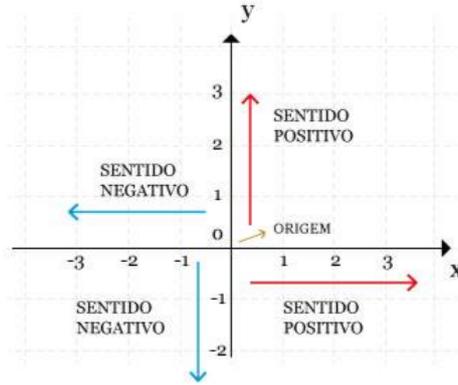
Fonte: próprias autoras.

Algumas observações importantes a serem feitas em relação a um par ordenado são: sendo x e y dois números quaisquer, $(x,y) \neq (y, x)$ e dois pares ordenados são iguais, isto é, $(x, y) = (m, t)$, se, e somente se, $x = m$ e $y = t$.

O plano cartesiano é composto por infinitos pontos. Podemos imaginá-lo como um objeto matemático formado por uma malha quadriculada. Cada ponto dessa malha é associado a dois números reais que determinam a localização desse ponto. Esses números são as coordenadas do ponto e indicam sua posição em relação a duas retas perpendiculares, chamadas de eixos.

Cada eixo tem um sentido positivo e um sentido negativo, a partir da origem. A próxima figura representa os sentidos dos eixos.

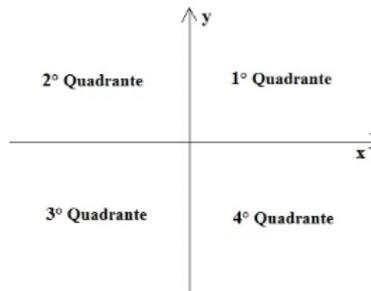
Figura 06: Representação da divisão dos quadrantes, em relação ao sentido.



Fonte: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/plano-cartesiano>

Temos, ainda, a divisão de quadrantes no plano cartesiano. Os quadrantes são numerados no sentido anti-horário, começando pelo lado em que as abscissas e ordenadas são coordenadas positivas. Vejamos o exemplo na Figura 7.

Figura 07: Representação dos quadrantes.



Fonte: <https://www.todamateria.com.br/plano-cartesiano/>

- Quadrante I: x é positivo, y é positivo;
- Quadrante II: x é negativo, y é positivo;
- Quadrante III: x é negativo, y é negativo;
- Quadrante IV: x é positivo, y é negativo.

Retornando ao exemplo visto anteriormente, representado na Figura 2, temos que Bidu é o nosso ponto de referência, sendo assim está localizado na posição (0, 0). Bidu quer chegar até sua casa, que podemos supor que está na posição (10, 0). Com essas informações, podemos dizer que tal situação ocorre no primeiro quadrante e que o movimento de Bidu será no sentido positivo do eixo x. Ainda podemos fazer outras observações sobre esse exemplo, como calcular a distância que Bidu percorrerá até sua casa.

Quem criou e quando foram criadas as coordenadas cartesianas?

O criador do plano cartesiano foi o matemático, físico e filósofo considerado um gênio da matemática, René Descartes (1596-1650).

Figura 08: René Descartes.



Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/biografia/rene-descartes.htm>

René Descartes nasceu em 1596 em Haye, na província francesa, e cresceu sob os cuidados do pai, que era funcionário público e destinou ao filho uma educação de elite. Descartes estudou no colégio Royal Henry Le Grand, seminário dirigido por jesuítas no Castelo de La Flèche. Quando terminou o curso básico, começou o curso de Direito na Universidade de Poitiers. Formou-se aos 22 anos de idade, mas nunca exerceu a função na carreira jurídica. Descartes teve, ao longo de sua vida, um pequeno período no qual ele se alistou como soldado no exército do príncipe holandês Maurício de Nassau, porém as contribuições como conselheiro e estrategista militar foram exercidas até os 49 anos.

O que mais chamava a atenção de Descartes era a matemática e a filosofia. Aos 22 anos, começou a estudar Matemática e se apaixonou pela ciência, despertando uma curiosidade que o fez virar um gênio da matemática. Descartes criou o plano cartesiano, cujo nome é uma homenagem ao seu criador, e o utilizou no intuito de representar planos, retas, curvas e círculos através de equações matemáticas. Os estudos iniciais da Geometria Analítica surgiram com as teorias de René Descartes, que representavam de forma numérica as propriedades geométricas. A contribuição de Descartes na Geometria Analítica foi fundamental para a criação do Cálculo Diferencial e Integral pelos cientistas Isaac Newton e Leibniz. Os estudos de Descartes também contribuíram no desenvolvimento da Cartografia, ciência responsável pelos aspectos matemáticos ligados à construção de mapas.

Como fazer o plano cartesiano?

Para construir um plano cartesiano, devemos traçar duas retas reais numeradas e perpendiculares, uma horizontal e outra vertical. Os números em cada uma dessas retas serão utilizados para indicar a localização dos pontos sobre esse plano. O ponto de encontro das duas retas corresponde ao ponto em que, em cada reta, está associado o número 0.

Elementos de um plano cartesiano:

Eixo das ordenadas: reta vertical utilizada na construção do plano cartesiano, também conhecida como eixo y .

Eixo das abscissas: reta horizontal utilizada na construção do plano cartesiano, também conhecida como eixo x .

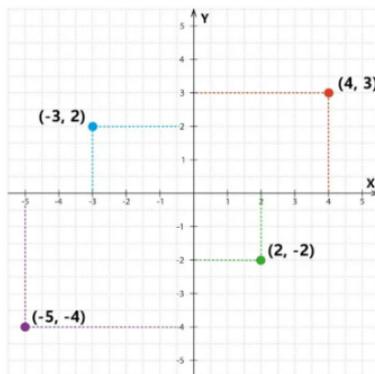
Origem: ponto de encontro entre os eixos.

As coordenadas de um ponto no plano cartesiano são os números que indicam sua posição. Cada ponto no plano cartesiano possui duas coordenadas: a primeira em relação ao eixo das abscissas (x) e a segunda em relação ao eixo das ordenadas (y).

Dado um ponto no plano cartesiano, encontramos sua coordenada em relação ao eixo das abscissas ao traçar um segmento perpendicular a esse eixo, que é horizontal (isto é, um segmento vertical). Já para determinar a coordenada em relação ao eixo das ordenadas, traçamos um segmento perpendicular ao eixo vertical (isto é, um segmento horizontal).

Representamos as coordenadas ao lado do ponto por um par ordenado no formato (x,y) , conforme os exemplos na imagem abaixo.

Figura 09: Representação de pares ordenados



Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-plano-cartesiano.htm>

Para qual finalidade podemos utilizar o plano cartesiano?

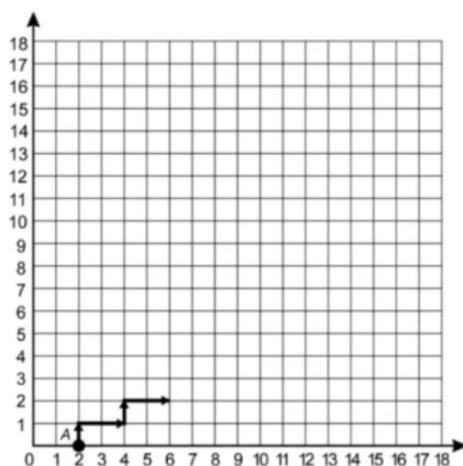
O plano cartesiano é utilizado como instrumento de localização. Uma das aplicações que se assemelham à estrutura do plano cartesiano é o sistema de coordenadas geográficas, que indica a localização de um ponto sobre a superfície terrestre.

Nesse sistema, o eixo horizontal é a Linha do Equador (que inclusive cruza o território brasileiro) e o vertical é o Meridiano de Greenwich. Cada coordenada é medida em graus de acordo com o ângulo formado entre o centro da terra, o eixo analisado e o ponto de interesse sobre a superfície.

As coordenadas cartesianas podem ser utilizadas em várias áreas, como: na física, engenharia, programas de computadores, entre outras. Na engenharia civil, o plano cartesiano é utilizado para delimitar a construção das vigas, pilares e lajes na construção de edifícios e estruturas. Já na engenharia elétrica, as coordenadas cartesianas são utilizadas para representar grandezas como tensão e corrente em função do tempo.

Exemplo

(Enem Digital 2020) O gráfico mostra o início da trajetória de um robô que parte do ponto A (2; 0), movimentando-se para cima ou para a direita, com velocidade de uma unidade de comprimento por segundo, no plano cartesiano.



O gráfico exemplifica uma trajetória desse robô, durante 6 segundos.

Supondo que esse robô continue essa mesma trajetória, qual será sua coordenada, após 18 segundos de caminhada, contando o tempo a partir do ponto A?

A) (0; 18)

B) (18; 2)

C) (18; 0)

D) (14; 6)

E) (6; 14)

Resposta:

Alternativa D

Analisando o gráfico, veremos que, em 6 segundos, o robô andou 4 unidades no eixo das abscissas e 2 unidades no eixo das ordenadas. Então, partindo do ponto A e mantendo a mesma trajetória, sabemos que 18 é o triplo de 6, então, em 18 segundos, o robô andarão $4 \cdot 3 = 12$ unidades no eixo x e $2 \cdot 3 = 6$ unidades no eixo y. Sabendo que ele parte do ponto (2, 0), temos que:

P (2 + 12; 0 + 6)

P (14; 6)

Referências

- [1] CAMPOS, W. Coordenadas Cartesianas. **Canal CECIERJ**, 2014. Disponível em: <https://canal.cecierj.edu.br/012016/1f20f72f1f5303ee286cab0e6f224a3.pdf>. Acesso em: 10 Nov. 2024.
- [2] GOUVEIA, R. Plano Cartesiano. **Toda matéria**. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/plano-cartesiano/>. Acesso em: 10 Nov. 2024.
- [3] OLIVEIRA, A. C. Plano Cartesiano. **Educa Brasil**, 2019. Disponível em: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/plano-cartesiano>. Acesso em: 15 Nov. 2024.
- [4] OLIVEIRA, R. R. Exercício sobre plano cartesiano. **Mundo educação**. Disponível em: <https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-plano-cartesiano.htm>. Acesso em: 15 Nov. 2024.
- [5] O que é: Coordenadas Cartesianas. **Escola LBK**. Disponível em: <https://escolalbk.com.br/glossario/o-que-e-coordenadas-cartesianas>. Acesso em: 15 Nov. 2024.
- [6] PORFÍRIO, F. René Descartes. **Brasil Escola**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/biografia/rene-descartes.htm>. Acesso em: 11 Nov. 2024.
- [7] RIZZO, M. L. A. O que é plano cartesiano. **Brasil Escola**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-plano-cartesiano.htm>. Acesso em: 14 Nov. 2024.