REGRAS DE DIFERENCIAÇÃO

Diferenciação implícita

Preceptora:	Isadora Honório Guimarães
Coordenadora:	Patrícia Hilário Tacuri Córdova

Passo a passo para encontrar y':

Diferenciar ambos os lados da equação em relação a x e então resolver a equação resultante para y'.

Exemplo 1: Encontre y' diferenciando implicitamente:

$$x^3 + x^2y + 4y^2 = 6$$

Derivando implicitamente em relação a x os dois lados da igualdade e aplicando a regra do produto no termo x^2y:

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2xy + x^2 \cdot y' + 8y \cdot y' &= 0 \Rightarrow \\ y'(x^2 + 8y) &= -3x^2 - 2xy \Rightarrow \\ y' &= \frac{-3x^2 + 2xy}{x^2 + 8y} \end{aligned}$$

Exemplo 2: Encontre y' diferenciando implicitamente:

$$\frac{y}{x-y} = x^2 + 1$$

Derivando implicitamente em relação a x os dois lados da igualdade e aplicando a regra do quociente no termo $\dfrac{y}{x-y}$:

$$\begin{aligned}
\frac{y' \cdot (x-y) - y \cdot (1-y')}{(x-y)^2} &= 2x \Rightarrow \\
\frac{y'x - y'y - y + y'y}{(x-y)^2} &= 2x \Rightarrow \\
y'x - y &= 2x(x-y)^2 \Rightarrow \\
y'x &= 2x(x-y)^2 + y \Rightarrow \\
y' &= \frac{2x(x-y)^2 + y}{x}
\end{aligned}$$

Exemplo 3: Encontre y' diferenciando implicitamente:

$$\cos(x-y) = xe^x$$

Derivando implicitamente em relação a x os dois lados da igualdade e aplicando a regra da cadeia no termo $\cos(x-y)$ e a regra do produto no termo xe^x:

$$\begin{aligned}
-\operatorname{sen}(x-y) \cdot (1-y') &= 1 \cdot e^x + x \cdot e^x \Rightarrow \\
-\operatorname{sen}(x-y) + y' \operatorname{sen}(x-y) &= e^x(1+x) \Rightarrow \\
y' \operatorname{sen}(x-y) &= e^x(1+x) + \operatorname{sen}(x-y) \Rightarrow \\
y' &= \frac{e^x(1+x) + \operatorname{sen}(x-y)}{\operatorname{sen}(x-y)} \Rightarrow \\
y' &= \frac{e^x(1+x)}{\operatorname{sen}(x-y)} + \frac{\operatorname{sen}(x-y)}{\operatorname{sen}(x-y)} \Rightarrow \\
y' &= \frac{e^x(1+x)}{\operatorname{sen}(x-y)} + 1
\end{aligned}$$

Exemplo 4: Encontre y' diferenciando implicitamente: $y^2 = x^3(2-x)$.

Derivando implicitamente em relação a x os dois lados da igualdade e aplicando a regra do produto no termo $x^3(2-x)$:

$$\begin{aligned}
2y \cdot y' &= 3x^2(2-x) + x^3(-1) \Rightarrow \\
2yy' &= 6x^2 - 3x^3 - x^3 \Rightarrow \\
2yy' &= 6x^2 - 4x^3 \Rightarrow \\
2yy' &= 2x^2(3-2x) \Rightarrow \\
y' &= \frac{2x^2(3-2x)}{2y} \Rightarrow \\
y' &= \frac{x^2(3-2x)}{y}
\end{aligned}$$

Referências

[1] GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. *Um curso de cálculo: volume 1*. Rio de Janeiro. LTC–Livros Técnicos e Científicos. 5ª edição, 2001.

[2] STEWART, James. *Cálculo*, Volume 1. Editora Cengage Learning, 7ª edição, 2013.